Mr .Hajji	Série (suites réelles)	4éme Eco&Ges

Exercice N°1

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \end{cases}$

1)a)Calculer u_1 , u_2 et u_3

b) En déduire que la suite u_n ni arithmétique ni géométrique

2)a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a : $u_n<6$

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante,

c)- Déduire que la suite *u est convergente vers une limite l que l'on précisera*

3) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = U_n - 6$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme V_0.

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c) Calculer la limite de la suite (U_n)

Exercice N°2

Soit (U_n) la suite définie sur ℕ par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n} \end{cases}$

1°) a – Montrer que pour tout n ∈ ℕ, on a : $U_n \geq 1$.

b – Montrer que pour tout n ∈ ℕ, on a : $U_n \geq U_{n+1}$.

c)- *Déduire que la suite U est convergente vers une limite l que l'on précisera*

2°) Soit (V_n) la suite définie par : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n - \frac{1}{2}}$

a- Montrer que V_n est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b- Exprimer V_n et U_n en fonction de n.

c- Calculer la limites des suites U_n et V_n

Exercice N°3

Soit la suite (u_n) définie sur ℕ par : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{4}{4 - u_n} \end{cases}$

1)a)Calculer u_1 , u_2 et u_3

b) En déduire que la suite u_n ni arithmétique ni géométrique

2)a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a : $u_n<2$

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante,

c)- Déduire que la suite *u est convergente vers une limite l que l'on précisera*

) Soit la suite réelle (V_n) définie sur ℕ par : $V_n = \frac{1}{u_n - 2}$

a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Exprimer V_n puis u_n à l'aide de n.

c) Retrouver la limite de la suite (u_n)

Exercice N°4

Soit un la suite définie par : $\begin{cases} : u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{4\,U_n+3}{U_n+6} \end{cases}$ et pour tout n ∈ ℕ :

1°) a – Montrer que : pour tout n ∈ ℕ on a : - 3 < u_n <1 .

b - Montrer que : pour tout n ∈ ℕ on a : $u_{n+1} > u_n$.

c)- déduire que la suite u_n *est convergente vers une limite l que l'on précisera*

2°) Soit la suite v_n définie sur ℕ par : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n+3}$

a - Montrer que v_n est une suite géométrique puis calculer v_n en fonction de n.

b- Calculer u_n en fonction de n.

c – Quelle est la limite de v_n ? En déduire celle de u_n.

Exercice N°5

Soit la suite réelle définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 + \frac{3}{U_n} \end{cases}$ pour tout n de ℕ

1) Montrer que $u_n \geq 2$ pour tout n de ℕ
2) Déterminer le sens de variation de la fonction f définie sur + par f(x) = $2 + \frac{3}{x}$

3) Soit $V_n = 2\,u_n$ pour tout n de ℕ

a) Montrer par récurrence que la suite (V_n) est majorée par 3

b) Montrer par récurrence que la suite (V_n) est croissante

4) Soit la suite (w_n) définie par : $w_n = \frac{u_n - 3}{u_n+1}$

a) Montrer que $w_n$est une suite géométrique dont on précisera la raison

b) Exprimer $w_n$en fonction de n puis retrouver sa limiteu_n